

DROITE DE HAUTEUR

1- Principe de la droite de hauteur

2- Droite de hauteur du Soleil

3- Droite de hauteur d'étoiles

4- Transfert de droites de hauteur

- 1 -

PRINCIPE DE LA DROITE DE HAUTEUR

1- Droite de hauteur

Le principe de calculs

Données initiales

Position estimée
 e / Ge à Tcf

On observe un astre
à la hauteur h_i

Formule utilisées

$$\sin h_e = \sin \phi_e \cdot \sin D + \cos \phi_e \cdot \cos D \cdot \cos P$$

$$\cos AZ_e = \frac{\sin D - \sin \phi_e \cdot \sin h_e}{\cos \phi_e \cdot \cos h_e}$$

Astre à l' Ouest $\equiv 0 < AHag < 180^\circ$

$$\rightarrow Pe = AHag$$

$$\rightarrow Ze = 360^\circ - AZ_e$$

Astre à l' Est $\equiv 180^\circ < AHag < 360^\circ$

$$\rightarrow Pe = 360^\circ - AHag$$

$$\rightarrow Ze = AZ_e$$

1 - Déterminer l'heure Tcp

2 - Déterminer $(AHag/D)$

3- En déduire Pe

4- Calculer (h_e, AZ_e) et en déduire Ze

5 - Déterminer la hauteur h_v

6 -Calculer l'intercept $i = h_v - h_e$

7 Tracer l'intercept

1- Principe de la droite de hauteur

2- Droite de hauteur du Soleil

3- Droite de hauteur d'étoiles

4- Transfert de droites de hauteur

- 2 -

Exercice

DROITE DE HAUTEUR DU SOLEIL

2- Exercice - Droite de hauteur Soleil

Enoncé

*Le 27/08 à Tcf = 11h 17min 52s, vous relevez le Soleil à une hauteur at $H_{i_o} = 47^{\circ}53,1'$.
Votre œil est à une hauteur de 17m : l'erreur de collimation et d'excentricité est de -2'
A cet instant, votre position estimée est $e = 31^{\circ} 16,0' S$ / $Ge = 117^{\circ} 34' W$.*

Calculer l'intercept et tracer la droite de hauteur

Utiliser les éléments de calculs (éphémérides) pour la résolution

2- Exercice-Droite de hauteur

Extrait des éphémérides nautiques

27 août

Heure U.T.	Soleil		Lune			Vénus		Point vernal AHso
	AHvo	D	AHao	D	π	AHao	D	
00 h	179°33,5'	N 10°17,7'	358°46,9'	S 11°58,2'	57,2'	192°02,1'	N 05°54,9'	334°47,3'
01	194°33,7'	N 10°16,8'	13°16,7'	S 11°48,8'	57,3'	207°05,8'	N 05°55,4'	349°49,7'
02	209°33,9'	N 10°16,0'	27°46,6'	S 11°39,3'	57,3'	222°09,6'	N 05°55,8'	4°52,2'
03	224°34,1'	N 10°15,1'	42°16,4'	S 11°29,7'	57,3'	237°13,3'	N 05°56,3'	19°54,6'
04	239°34,2'	N 10°14,2'	56°46,3'	S 11°20,1'	57,3'	252°17,0'	N 05°56,8'	34°57,1'
05	254°34,4'	N 10°13,4'	71°16,1'	S 11°10,3'	57,4'	267°20,8'	N 05°57,2'	49°59,6'
06	269°34,6'	N 10°12,5'	85°46,0'	S 11°00,6'	57,4'	282°24,5'	N 05°57,7'	65°02,0'
07	284°34,8'	N 10°11,6'	100°15,9'	S 10°50,7'	57,4'	297°28,2'	N 05°58,2'	80°04,5'
08	299°35,0'	N 10°10,7'	114°45,8'	S 10°40,8'	57,4'	312°31,9'	N 05°58,6'	95°07,0'
09	314°35,1'	N 10°09,9'	129°15,7'	S 10°30,8'	57,5'	327°35,6'	N 05°59,1'	110°09,4'
10	329°35,3'	N 10°09,0'	143°45,6'	S 10°20,8'	57,5'	342°39,3'	N 05°59,6'	125°11,9'
11	344°35,5'	N 10°08,1'	158°15,5'	S 10°10,7'	57,5'	357°43,1'	N 06°00,0'	140°14,4'
12	359°35,7'	N 10°07,2'	172°45,5'	S 10°00,5'	57,5'	12°46,8'	N 06°00,5'	155°16,8'
13	14°35,9'	N 10°06,4'	187°15,4'	S 09°50,3'	57,6'	27°50,5'	N 06°01,0'	170°19,3'
14	29°36,0'	N 10°05,5'	201°45,4'	S 09°40,0'	57,6'	42°54,2'	N 06°01,4'	185°21,7'
15	44°36,2'	N 10°04,6'	216°15,3'	S 09°29,7'	57,6'	57°57,9'	N 06°01,9'	200°24,2'
16	59°36,4'	N 10°03,7'	230°45,3'	S 09°19,3'	57,6'	73°01,6'	N 06°02,4'	215°26,7'
17	74°36,6'	N 10°02,9'	245°15,3'	S 09°08,8'	57,6'	88°05,2'	N 06°02,9'	230°29,1'
18	89°36,8'	N 10°02,0'	259°45,2'	S 08°58,3'	57,7'	103°08,9'	N 06°03,3'	245°31,6'
19	104°36,9'	N 10°01,1'	274°15,2'	S 08°47,7'	57,7'	118°12,6'	N 06°03,8'	260°34,1'
20	119°37,1'	N 10°00,2'	288°45,2'	S 08°37,1'	57,7'	133°16,3'	N 06°04,3'	275°36,5'
21	134°37,3'	N 09°59,4'	303°15,2'	S 08°26,4'	57,7'	148°20,0'	N 06°04,8'	290°39,0'
22	149°37,5'	N 09°58,5'	317°45,2'	S 08°15,7'	57,8'	163°23,7'	N 06°05,2'	305°41,5'
23	164°37,7'	N 09°57,6'	332°15,2'	S 08°04,9'	57,8'	178°27,3'	N 06°05,7'	320°43,9'
24	179°37,9'	N 09°56,7'	346°45,3'	S 07°54,1'	57,8'	193°31,0'	N 06°06,2'	335°46,4'
Tcp pass	12h 01min 37s		00h 05,1min			11h 09,1min		01h 41min

2- Exercice-Droite de hauteur

Correction – droite de Soleil (1/2)

Le 27/08 à Tcf = 11h17min 52s, (heure locale bord)

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_E = 31^\circ 16,0' S \\ G_E = 117^\circ 34' W \end{array} \right.$$

On observe le soleil $H_i_{\Omega} = 47^\circ 53,2'$
 élévation de l'oeil = 17m
 $\varepsilon = -2,0'$

Fuseaux horaires

Numéro	Lettre	Limites
+ 12	Y	180°
+ 11	X	172,5° W
+ 10	W	157,5° W
+ 9	V	142,5° W
+ 8	U	127,5° W
+ 7	T	112,5° W

117°34'W

2 – Déterminer coord. horaires

$$\begin{aligned} AH_{V0} &= 104^\circ 36,9' \\ + \Delta AH^* &= 4^\circ 28,1' \text{ (pour 17'52s)} \\ \hline AH_{VP} &= 109^\circ 05,0' \\ - G_E &= 117^\circ 34,0' \\ \hline AH_{VGE} &= 351^\circ 31,0' \end{aligned}$$

Heure U.T.	Soleil	
	AH _{V0}	D
00 h	179°33,5'	N 10°17,7'
01	194°33,7'	N 10°16,8'
02	209°33,9'	N 10°16,0'
...
18	89°36,8'	N 10°02,0'
19	104°36,9'	N 10°01,1'
20	119°37,1'	N 10°00,2'
21	134°37,3'	N 09°59,4'
22	149°37,5'	N 09°58,5'
23	164°37,7'	N 09°57,6'
24	179°37,9'	N 09°56,7'
Tcp pass	12h 01min 37s	

1 - Déterminer l'heure T_{cp}

$$\begin{aligned} T_{cf} &= 11h17'52s \\ + N^\circ &= +8h \\ \hline TU &= 19h17'52s \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_0 &= 10^\circ 01,1' \\ + \Delta D^* &= -0^\circ 00,3' \\ \hline D &= 10^\circ 00,8' \end{aligned}$$

2- Exercice - Droite de hauteur de Soleil

Correction – droite de Soleil

3 – En déduire P_E

$AH_{VG} = 351^{\circ}31,0'$ astre à l'Est

$P_E = 360^{\circ} - AH_{AGE}$ si $AH_{AGE} \geq 180^{\circ}$

$P_E = 360^{\circ} - 351^{\circ}31,0' = 008^{\circ}29'$

4- Calculer (h_e , Aze) et en déduire Z_e

$AH_{VG} = 351^{\circ}31,0'$ astre à l'Est

$P_E = 360^{\circ} - AH_{AGE}$ si $AH_{AGE} \geq 180^{\circ}$

$P_E = 360^{\circ} - 351^{\circ}31,0' = 008^{\circ}29'$

$Az = \text{Arctan} \left(\frac{\sin P_E}{\tan D \cdot \cos \varphi_E - \sin \varphi_E \cdot \cos P_E} \right)$

$Az = 12,5^{\circ}$

$Z = Az$ si $AH_{VGE} > 180^{\circ}$; astre à l'Est

$Z_v = 012,5^{\circ}$

$H_E = \text{Arcsin} (\sin \varphi_E \cdot \sin D + \cos \varphi_E \cdot \cos D \cdot \cos P_E)$

$H_E = 47^{\circ}55,6'$

5 - Déterminer la hauteur h_v

$H_{i_{\odot}} = 47^{\circ}53,2'$

$+ \varepsilon = -2,0'$

$H_{o_{\odot}} = 47^{\circ}51,2'$

$+ C_1 = +8,0'$

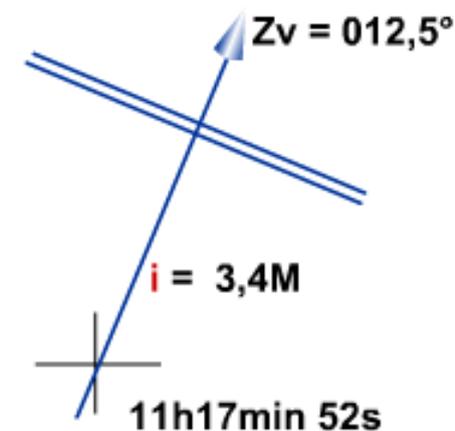
$+ C_2 = -0,2'$

$H_{v_{\ominus}} = 47^{\circ}59,0'$

6 - Calculer l'intercept $i = h_v - h_e$

$i = H_{v_{\ominus}} - H_E$

$\begin{array}{r} 47^{\circ}59,0' \\ - 47^{\circ}55,6' \\ \hline i = 3,4' \end{array}$



1- Principe de la droite de hauteur

2- Droite de hauteur du Soleil

3- Droite de hauteur d'étoiles

4- Transfert de droites de hauteur

- 3 -

Exercice

DROITE DE HAUTEUR D'ETOILES

3- Exercice – droite de hauteur d'étoiles

Enoncé

*Le 28/08 à Tcf = 18h 41 min 17s, vous relevez Antares à une hauteur at $H_i = 28^{\circ}02,3'$.
Votre œil est à une hauteur de 21m : l'erreur de collimation et d'excentricité est de -2'.
A cet instant, votre position estimée est $e = 34^{\circ} 18,0' N / Ge = 055^{\circ} 26' W$.*

Calculer l'intercept et tracer la droite de hauteur

Utiliser les éléments de calculs (éphémérides) pour la résolution

2- Droite de hauteur

Le principe de calculs

Données initiales

Position estimée
 e / Ge à Tcf

On observe un astre
à la hauteur h_i

Formule utilisées

$$\sin h_e = \sin \phi_e \cdot \sin D + \cos \phi_e \cdot \cos D \cdot \cos P$$

$$\cos AZ_e = \frac{\sin D - \sin \phi_e \cdot \sin h_e}{\cos \phi_e \cdot \cos h_e}$$

Astre à l' Ouest $\equiv 0 < AHag < 180^\circ$

$\rightarrow Pe = AHag$

$\rightarrow Ze = 360^\circ - AZ_e$

Astre à l' Est $\equiv 180^\circ < AHag < 360^\circ$

$\rightarrow Pe = 360^\circ - AHag$

$\rightarrow Ze = AZ_e$

1 - Déterminer l'heure Tcp

2 - Déterminer $(AHag/D)$

3- En déduire Pe

4- Calculer (h_e, AZ_e) et en déduire Ze

5 - Déterminer la hauteur h_v

6 -Calculer l'intercept $i = h_v - h_e$

7 Tracer l'intercept

3- Exercice - Droite de hauteur d'étoiles

Correction – droite d'étoiles (1/4)

1 - Déterminer l'heure T_{cp}

Fuseaux horaires

Numéro	Lettre	Limites
+ 4	Q	067,5° W 052,5° W
+ 3	P	037,5° W
+ 2	O	022,5° W
+ 1	N	007,5° W
0	Z	007,5° E
- 1	A	022,5° E
- 2	B	

$T_{cf} = 18h41'17s$
 $+ N^{\circ} = +4h$

 $TU = 22h41'17s$

3- Exercice - Droite de hauteur d'étoiles

Correction – droite d'étoiles (2/4)

2 – Déterminer coord. Horaires (Ahag et D)

N°	Ascension droite	Constellation	Nom	Magnitude	Ascension verse							
					1 ^{er} janv.	1 ^{er} mars	1 ^{er} mai	1 ^{er} juil.	1 ^{er} sept.	1 ^{er} nov.	31 déc.	
41	10 08	α Lion	Régulus	1,3	207	55,2	54,9	55,1	55,2	55,2	54,9	54,5
42	11 02	β Grande Ourse	Mérah	2,4	194	33,4	32,9	33,1	33,4	33,6	33,3	32,5
61	15 35	α Couronne boréale	La Perle	2,3	126	20,8	20,3	20,0	19,9	20,2	20,4	20,2
62	16 29	α Scorpion	Antarès	1,2	112	40,3	39,8	39,4	39,2	39,4	39,6	39,5
63	16 49	α Triangle austral	Atria	1,9	107	52,7	51,7	50,7	50,3	50,8	51,5	51,3

Point vernal	
Heure U.T.	Point vernal AH _{so}
00 h	335°46,4'
01	350°48,9'
20	276°35,7'
21	291°38,1'
22	306°40,6'
23	321°43,1'
24	336°45,5'
Tcp pass	01h 37min

$AH_{so} = 306^{\circ}40,6'$
 $+ \Delta AH = 10^{\circ}21,0'$
 $AH_{SP} = 317^{\circ}01,6'$
 $- G_E = 055^{\circ}26,0'$
 $AH_{SG} = 261^{\circ}35,6'$
 $+ AV_A = 112^{\circ}39,4'$
 $AH_{AG} = 374^{\circ}15,0'$
 soit
 $AH_{AG} = 014^{\circ}15,0'$

N°	Ascension droite	Constellation	Nom	Magnitude	Déclinaison							
					1 ^{er} janv.	1 ^{er} mars	1 ^{er} mai	1 ^{er} juil.	1 ^{er} sept.	1 ^{er} nov.	31 déc.	
41	10 08	α Lion	Régulus	1,3	N 11	58,2	58,2	58,2	58,3	58,3	58,2	58,0
42	11 02	β Grande Ourse	Mérah	2,4	N 56	23,0	23,1	23,4	23,4	23,2	22,9	22,7
61	15 35	α Couronne boréale	La Perle	2,3	N 26	43,1	42,9	43,0	43,2	43,3	43,2	42,9
62	16 29	α Scorpion	Antarès	1,2	S 26	25,6	25,7	25,7	25,8	25,8	25,7	25,7
63	16 49	α Triangle austral	Atria	1,9	S 69	01,3	01,2	01,3	01,6	01,8	01,6	01,4

D = 26°25,8'S

3- Exercice - Droite de hauteur d'étoiles

Correction – droite d'étoiles (3/3)

3- En déduire P_E

$AH_{AG} = 014^{\circ}15,0'$ astre à l'Ouest

$P_E = AH_{AGE}$ si $AH_{AGE} \leq 180^{\circ}$

$P_E = 014^{\circ}15,0'$

$$Az = \text{Arctan} \left(\frac{\sin P_E}{\tan D \cdot \cos \varphi_E - \sin \varphi_E \cdot \cos P_E} \right)$$

$Az = -14,427^{\circ}$ or $0^{\circ} < AH_{VAG} < 180^{\circ}$

$\Rightarrow Az = 180^{\circ} - 14,427^{\circ} = 165,5^{\circ}$

$Z = 360 - Az$ si $AH_{VAG} \leq 180^{\circ}$; astre à l'Ouest

$Z_v = 194,5^{\circ}$

M a r s e i l l e

$H_E = \text{Arcsin} (\sin \varphi_E \cdot \sin D + \cos \varphi_E \cdot \cos D \cdot \cos P_E)$

$H_E = 27^{\circ}47,1'$

$$\begin{array}{r} H_i = 28^{\circ}02,3' \\ + \varepsilon = -2,0' \\ \hline H_o = 28^{\circ}00,3' \\ + C_1 = -9,9' \\ \hline H_v = 27^{\circ}50,4' \end{array}$$

tracé:



$$\begin{array}{r} 27^{\circ}50,4' \\ - 27^{\circ}47,1' \\ \hline i = 3,3' \end{array}$$

- H_E

1- Principe de la droite de hauteur

2- Droite de hauteur du Soleil

3- Droite de hauteur d'étoiles

4- Transfert de droites de hauteur

- 4 -

TRACES MULTIPLES & TRANSFERT DE DROITES DE HAUTEUR

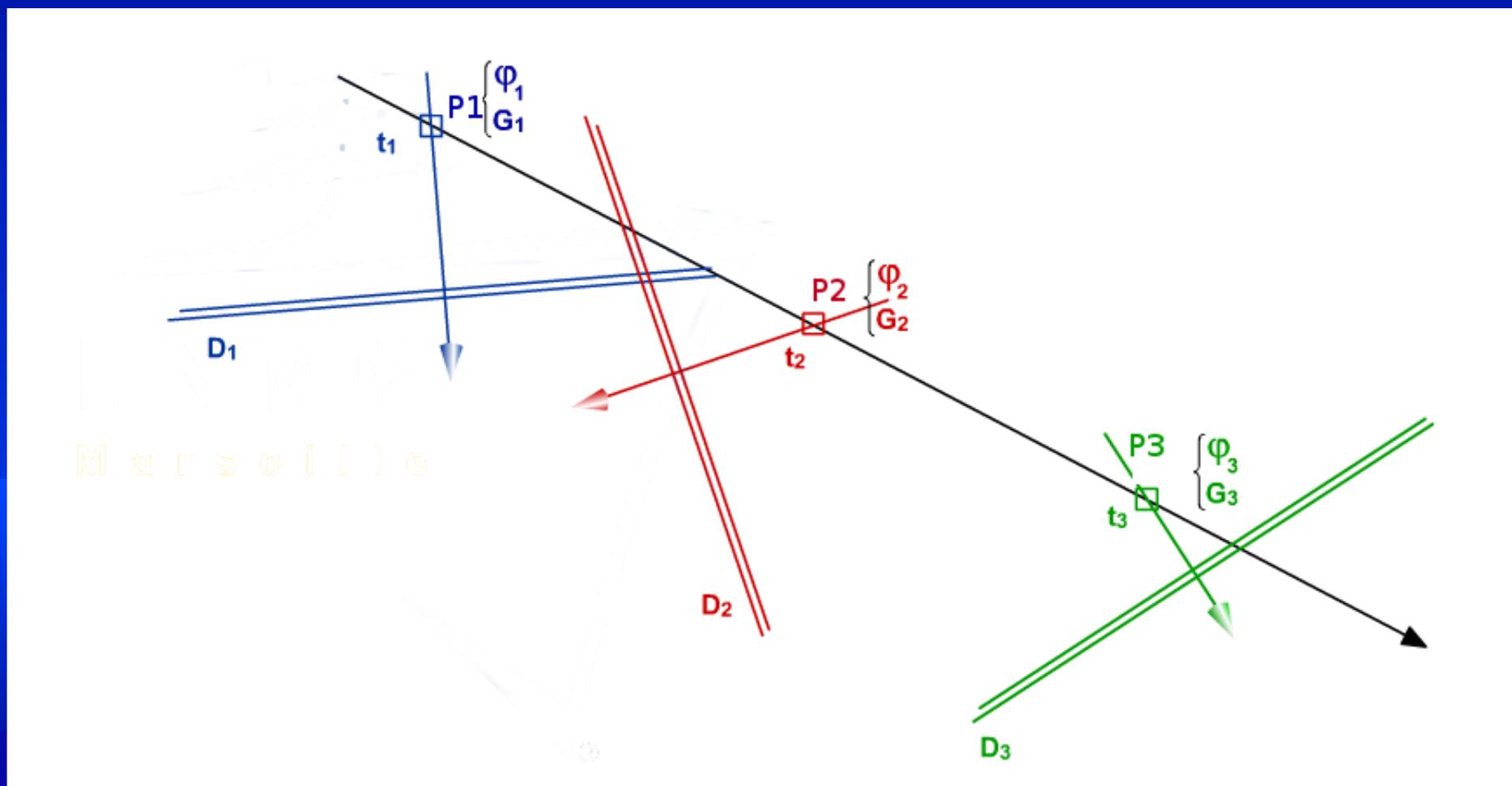
4- Transfert de droites de hauteur

a) Cas d'observations à intervalles de temps important

Observations séparées d'une durée de 1h à 4h

cas de l'observation d'un seul astre à différents moments – observations diurnes

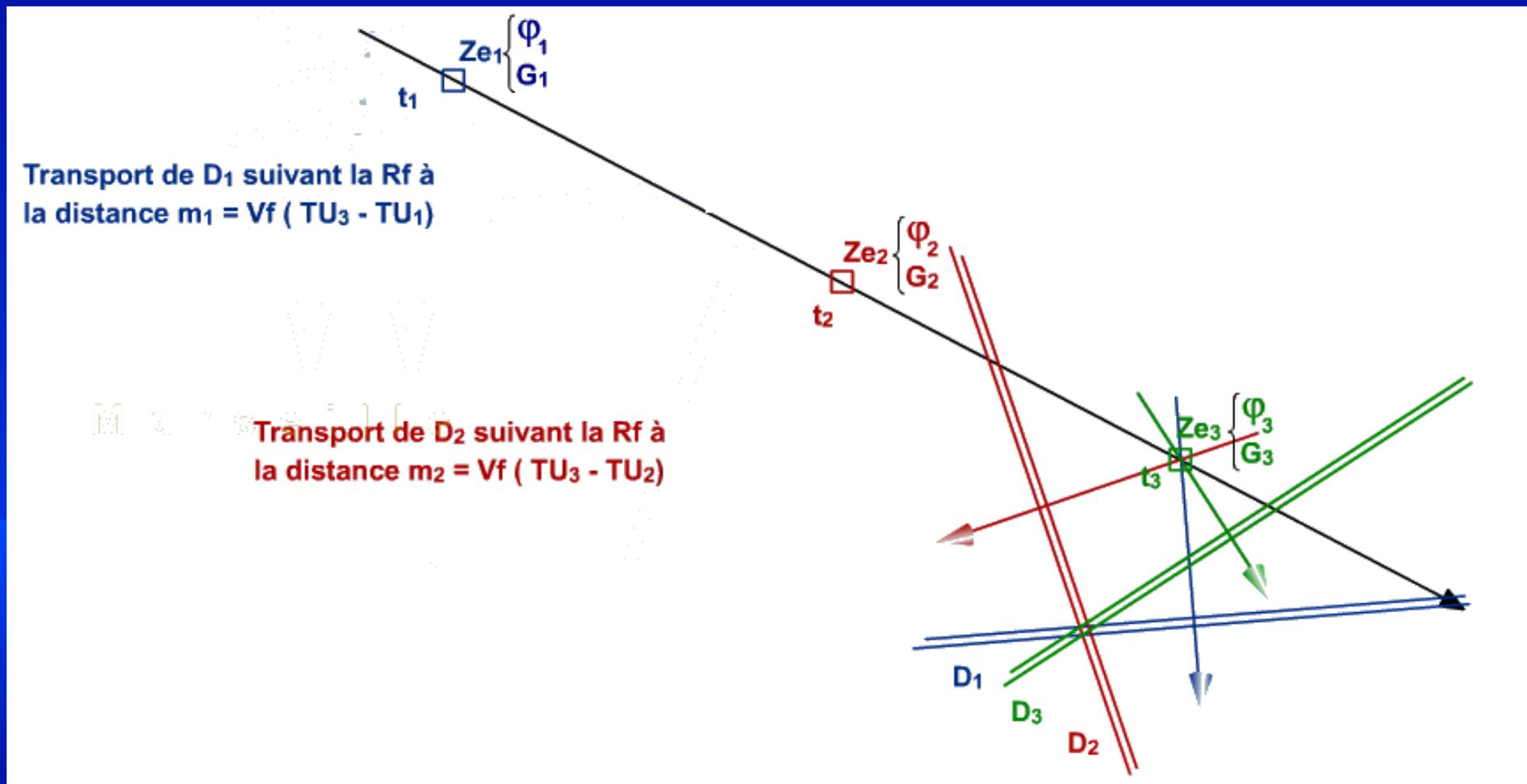
1- Pour chaque observation, on utilise un point estimé différent (P1, P2, P3) pour les calculs et les tracés des droites de positions aux instants t_1 , t_2 , t_3 .



4- Transfert de droites de hauteur

a) Cas d'observations à intervalle de temps important

2- Pour obtenir la position à l'instant t_3 , on transporte les droites obtenues à t_1 et t_2 suivant la R_f et la distance parcourue entre t_3 et t_i



4- Transfert de droites de hauteur

b) Cas d'observations quasi-simultanées

Observations quasi-simultanées (à quelques minutes d'intervalles)
cas de l'observation d'astres au crépuscule ou à l'aube

1-On utilise un **point estimé commun** pour les calculs et les tracés des droites de positions aux instants t_1, t_2, t_3 ;

2 -on transporte de la distance parcourue dans le delta t dans le sens de la R_f

Transport de la 2^{ème} droite à TU_3 :

$((TU_3 - TU_2) \times V_f) / 60$ à partir de Ze_3 t_1

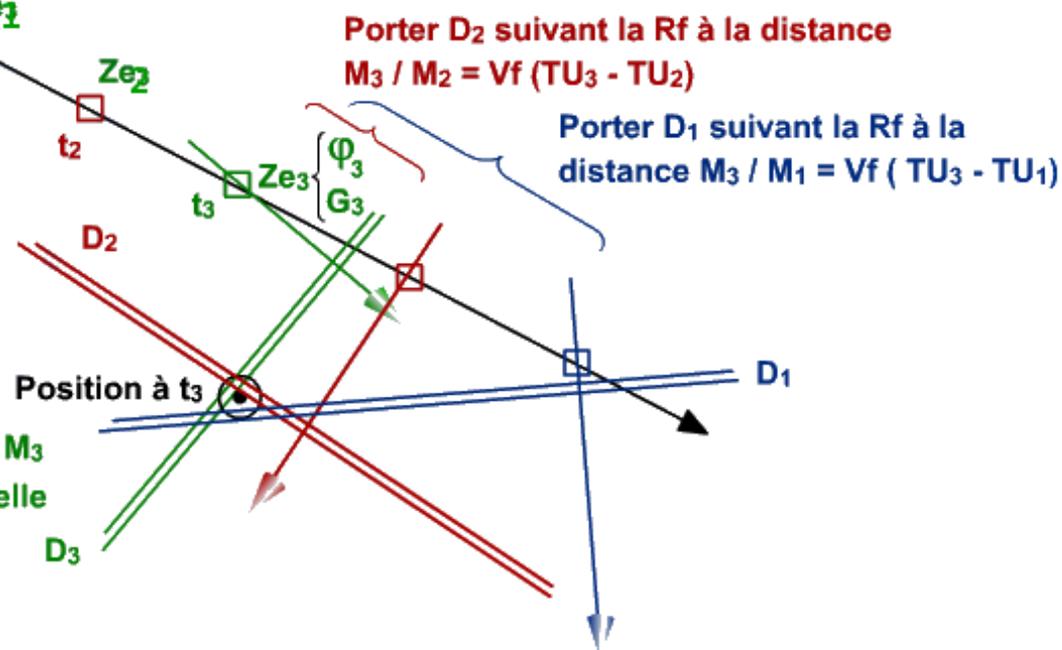
Transport de la 1^{ère} droite à TU_3 :

$((TU_3 - TU_1) \times V_f) / 60$: à partir de Ze_3

si > 0 transporter dans le sens de la R_f

si < 0 transporter à l'opposé de la R_f

On adopte une position estimée commune M_3 pour le calcul des 3 droites, par exemple celle de la dernière observation T_3



- 1- Principe de la droite de hauteur
- 2- Droite de hauteur du Soleil
- 3- Droite de hauteur d'étoiles
- 4- Transfert de droites de hauteur
- 5- Transfert de droites de hauteur

- 5 -

EXERCICES DE TRANSFERTS DE DROITES DE HAUTEUR

5- Exercice – Transport de droite de hauteurs

5-1 Droites d'étoiles - énoncé

Un navire suit une route fond au $235^\circ = 046$ à la vitesse surface $V_s = 14$ nds, le courant est nul.

A $T_{cf} = 07 :38$, $\varphi_e = 45^\circ 44' N$ et $G_e = 012^\circ 00' W$.

On a trouvé pour les observations de 3 étoiles :

Alkaid $T_{cf} = 07h 32 \text{ min } 15s$: $Z_e = 300^\circ$ / $H_v - H_e = 0,5'$

Arcturus $T_{cf} = 07 \text{ h } 38 \text{ min } 03 \text{ s}$: $Z_e = 261^\circ$ / $H_v - H_e = 2,2'$

Schedar $T_{cf} = 07 \text{ h } 44 \text{ min } 07 \text{ s}$: $Z_e = 041^\circ$ / $H_v - H_e = -3.7$

Tracer le point d'étoiles sur la carte pour 07h38 min.

5- Exercice – Transport de droite de hauteurs

5-2 Droites de Soleil - énoncé

DR position at 09:00 WT, Aug. 13 is $28^{\circ} 30,4'S$ / $062^{\circ} 33,2 E$.

Course is $010^{\circ} T$ – speed 15 kts

While on this course, the 3 Sun lines listed below were taken ; you want to find your latitude and longitude at 16:20 WT.

WT	UT	Ho
10h 16m 05s	06h 16m 10s	$40^{\circ}59,9'$
12h 30m 00s	08h 30m 05s	$46^{\circ}47,1'$
16h 20m 08s	12h 20m 13s	$13^{\circ} 06,0'$

1- What data do we need to solve this problem (with nautical almanac and éphémérides nautiques)

2- Explain how do you proceed :
if you used ST Hilaire calculation
if you used table HO249

3- Calculate the intercept and Azimut for the 3 sun lines (ask the instructor to give you the data)

4- Plot the lines to find your latitude and longitude.

5- Exercice – Transport de droite de hauteurs

5-2 Droites de Soleil - données

DR position at 09:00 WT, Aug. 13 is $28^{\circ} 30,4'S$ / $062^{\circ} 33,2 E$.

Course is $010^{\circ} T$ – speed 15kts

While on this course, the 3 sun lines listed below were taken ; you want to find your latitude and longitude at 16:20 WT.

WT	UT	GHA	D	Ho
10h 16m 05s	06h 16m 10s	$272^{\circ} 48,9'$	N $14^{\circ} 45,4'$	$40^{\circ} 59,9'$
12h 30m 00s	08h 30m 05s	$306^{\circ} 17,9'$	N $14^{\circ} 43,7'$	$46^{\circ} 47,1'$
16h 20m 08s	12h 20m 13s	$003^{\circ} 50,3'$	N $14^{\circ} 40,8'$	$13^{\circ} 06,0'$

