

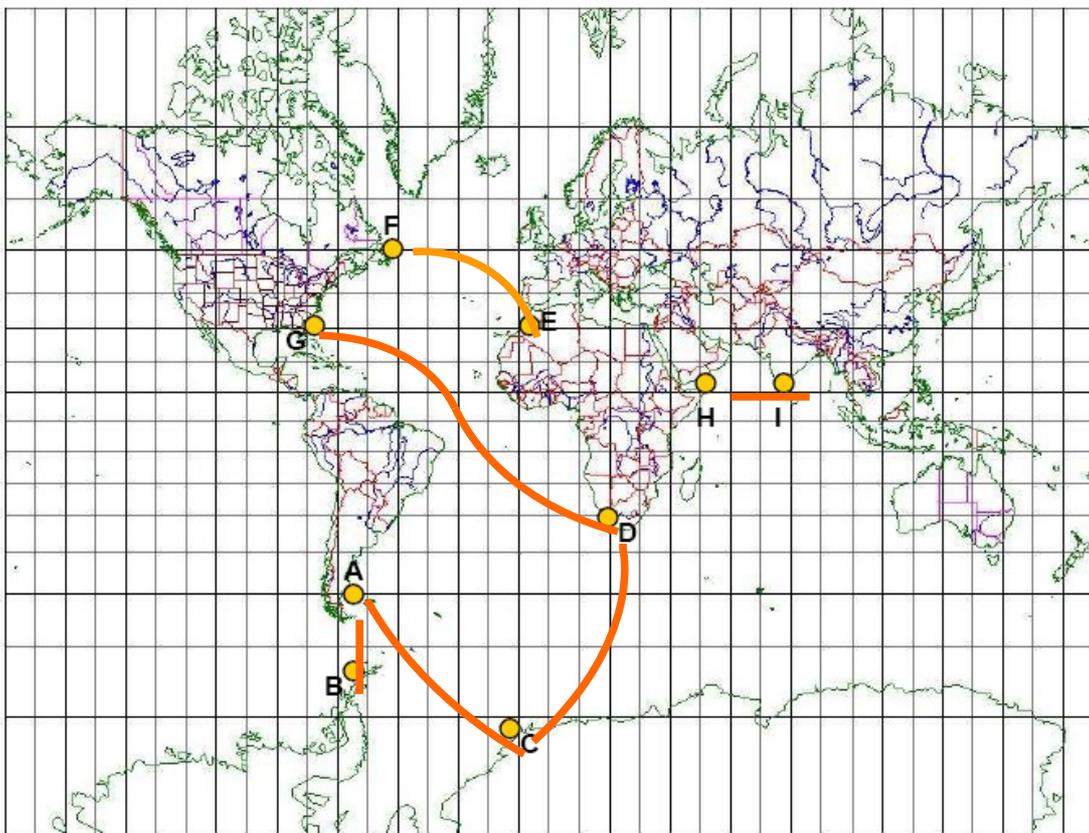
**Pré requis :**

1. Être capable à se repérer sur la sphère terrestre (coordonnées terrestres et locales)
2. Connaître les éléments de trigonométrie sphérique relatifs à l'orthodromie
3. Connaître les formules de la loxodromie et de l'orthodromie.
4. Se représenter graphiquement les trajets loxodromiques et orthodromiques sur une carte de Mercator et un globe terrestre.
5. Maîtriser le calcul loxodromique
6. Connaître votre cours sur l'orthodromie
7. Avoir noté ce qui vous semble important sur votre carnet du Marin

## 1. Déterminer des éléments de base

### Exercice 1.1 - Mercator chart & great circle sailing plotting

Tracer l'allure des routes orthodromiques entre les binômes de points suivants : (A,B), (A,C), (C,D), (D,G), (E,G), (E,F), (H,I).



### Exercice 1.2– Différence de longitude

Déterminer la différence de longitude entre les villes suivantes :  $g = G_A - G_D [360^\circ]$

Si  $|g| > 180^\circ$ , on rajoute ou retranche  $360^\circ$  (modulo  $360^\circ$ ) de manière à ce que  $|g| \leq 180^\circ$

1. Sydney - San Francisco :  $-80^\circ 17' / 279^\circ 43' [360^\circ]$
2. San Francisco - îles Gilbert :  $+63^\circ 44' / 296^\circ 16' [360^\circ]$
3. Îles Gilbert - Brest :  $+178^\circ 21'$
4. Brest - Norfolk :  $+71^\circ 47'$
5. Norfolk - Le Cap :  $-94^\circ 45'$
6. Le Cap - Rio :  $+61^\circ 39'$

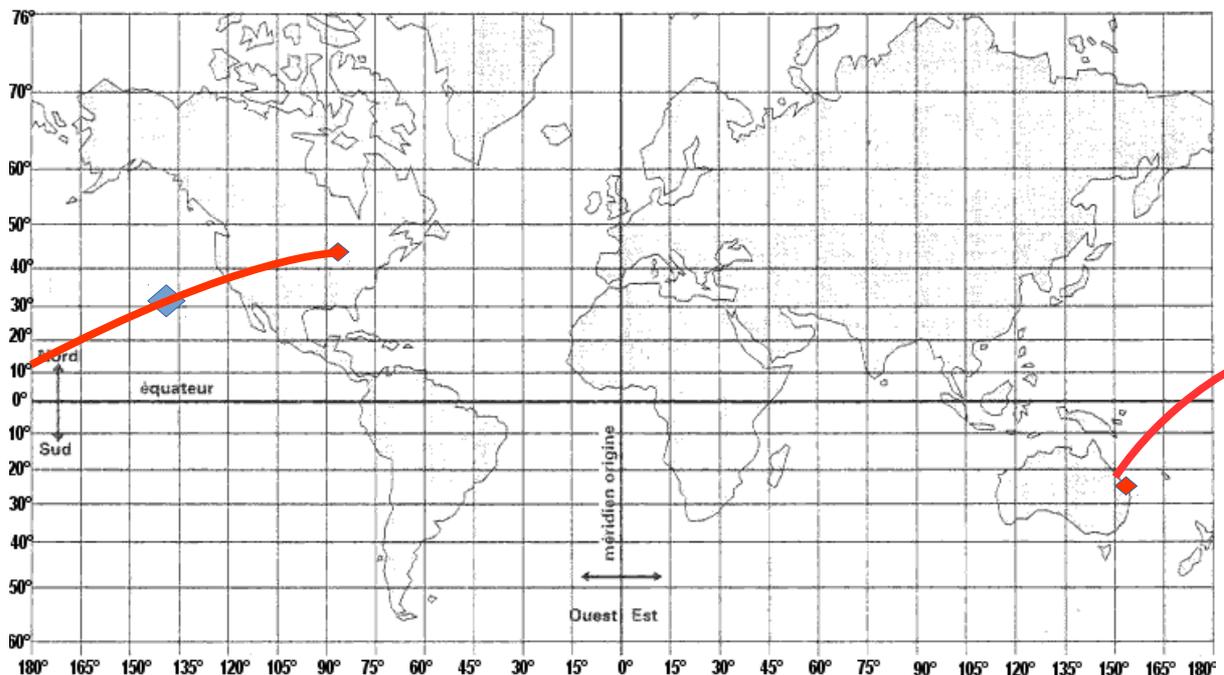
Villes	Latitude	Longitude
Sydney	33° 55,0' S	157° 17,0' E
San Francisco	37° 47,0' N	122° 26,0' W
Îles Gilbert	00° 00,1' N	173° 50,0' E
Brest	48° 24,0' N	004° 31,0' W
Norfolk	36° 54,0' N	076° 18,0' W
Le Cap	33° 55,0' S	018° 27,0' E
Rio	22° 54,2' S	043° 12,0' W

## 2. Réaliser un calcul d'orthodromie simple / Great circle navigation

### Exercice 2.1 - Great circle sailing - Orthodromie simple Brisbane - Raratonga

Vous souhaitez faire route de **Brisbane** ( $\varphi_D = 27^\circ 27,0' S / G_D = 153^\circ 04,4' E$ ) à **Raratonga** ( $\varphi_A = 34^\circ 54,0' N / G_A = 139^\circ 50,0' W$ ).

- Calculer la distance orthodromique de ce parcours : **5 333 M**
- Calculer la valeur de l'angle de route initial : **49°**
- Déterminer les coordonnées du Vertex : **47° 53,4' N / 88° 55,4 W**
- Déterminer la route fond initiale loxodromique pour une durée de 24h à la vitesse fond de 15 nœuds : **47,9° = 48°**
- Déterminer la distance loxodromique et le gain de distance de l'orthodromie par rapport à la loxodromie : **5 341 M – GAIN : 8M**
- Représenter sur un graphique de type de Mercator la forme de cette orthodromie ainsi que les différents éléments qui la caractérisent.



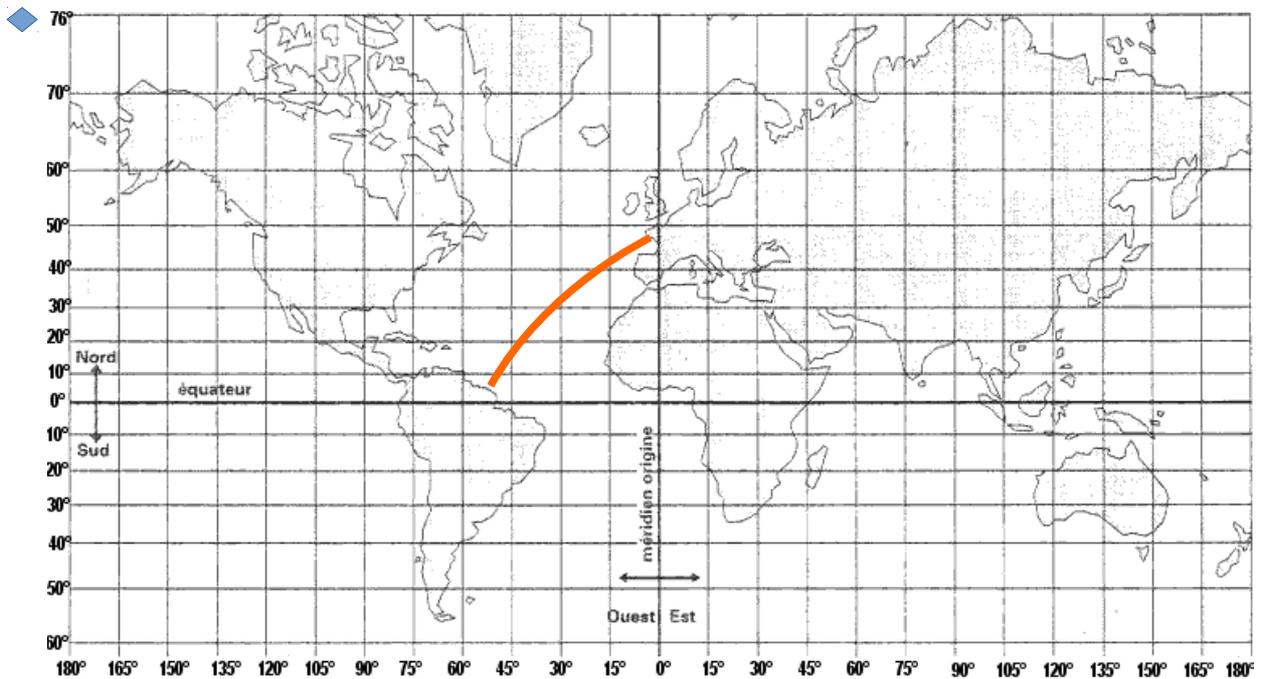
### Éléments de calculs

Exo 1.2   Brisbane/Raratonga			
$\varphi_D =$	$-27^\circ 27,0'$	$\varphi_A =$	$34^\circ 54,0'$
$G_D =$	$-153^\circ 04,0'$	$G_A =$	$139^\circ 50,0'$
	$-27,450$		$34,900$
	$-153,067$		$139,833$
$g =$	$-67,100^\circ$	$d^\circ =$	$88,885^\circ$
$l =$	$62,350^\circ$	$m_D =$	$5333,1 M$
$\lambda_A =$	$37,283^\circ$	$Ad =$	$49,083^\circ$
$\lambda_D =$	$-28,565^\circ$	$V =$	$049,1^\circ$
$\Delta\lambda =$	$65,847^\circ$	$\varphi_V =$	$47^\circ 53,3'$
		$G_D =$	$-153^\circ 04,0'$
$R_{PO} =$	$45,540^\circ$	$g_l =$	$-118^\circ 00,3'$
$m_l =$	$5341,1 M$	$G_V =$	$088^\circ 55,7'$
gain =	$8,0 M$		
$V_F =$	$15$	$\alpha =$	$-1,2^\circ$
$t =$	$24$	$R_F =$	$047,9^\circ$
$m_L =$	$360 M$	$R_{Fl} =$	$-045,5^\circ$

**Exercice 2.2 - Great circle sailing - Orthodromie simple Nantes – Cayenne**

Vous souhaitez faire route de Nantes ( $\varphi_D = 47^\circ 13,0' N / G_D = 001^\circ 033,2' W$ ) à Cayenne ( $\varphi_A = 04^\circ 50,0' N$  et  $G_A = 052^\circ 22,0' W$ )

- Calculer la distance orthodromique de ce parcours : **3 641 M**
- Calculer la valeur de l'angle de route initial : **117,6°**
- Déterminer les coordonnées du Vertex : **53° 01'S / 146° 01,1' W**
- Déterminer la route fond initiale loxodromique pour une durée de 24h à la vitesse fond de 15 nœuds : **239,5°**
- Déterminer la distance loxodromique et le gain de distance de l'orthodromie par rapport à la loxodromie : **3 669 ° - 27,4 M**
- Représenter sur un graphique de type de Mercator la forme de cette orthodromie ainsi que les différents éléments qui la caractérisent.



**Éléments de correction**

Ex 2.1 Nantes/Cayenne			
$\varphi_D =$	47° 13,0'	$\varphi_A =$	04° 50,0'
$G_D =$	001° 33,2'	$G_A =$	052° 22,0'
$g =$	50,813°	$d^\circ =$	60,693°
$l =$	-42,383°	$m_{o=} =$	3641,6 M
$\lambda_A =$	4,839°	$Ad =$	117,663°
$\lambda_D =$	53,697°	$V =$	242,3°
$\Delta\lambda =$	-48,858°	$\varphi_V =$	-53° 01,0'
$R_{FQ} =$	46,124°	$G_D =$	001° 33,2'
$m_L =$	3669,0 M	$g_1 =$	144° 27,9'
$gain =$	27,4 M	$G_V =$	146° 01,1'
$V_{F=} =$	15	$\alpha =$	-2,9°
$t =$	24	$R_{F=} =$	239,5°
$m_L =$	360 M		

### Exercice 2.3 – Great circle sailing - Orthodromie simple

Un lieutenant fait un calcul d'orthodromie entre le point ( $\varphi_D = 46^\circ 46,5' N$ ,  $G_D = 002^\circ 38,1' W$ ), et le point ( $\varphi_A = 40^\circ 31,0' N$ ,  $G_A = 069^\circ 50,0' W$ ). Il trouve comme résultat une distance de 2 938 milles et une route fond de  $263^\circ$ .

- |  |   |
|--|---|
| 1. Vérifier par le calcul la valeur de la distance :   | <b>2 852 M</b>  |
| 2. Déterminer l'erreur commise dans le calcul :  | <b>l'erreur est du au fait que le lieutenant à calculer la distance loxo et non la distance ortho</b> |
| 3. Déterminer la valeur de l'angle de route initial  | <b><math>72^\circ</math></b>  |
| 4. Déterminer les coordonnées du Vertex :  | <b><math>29^\circ 24,2' n / 026^\circ 55,1' w</math></b>  |
| 5. Déterminer le gain de distance par rapport à une loxodromie directe entre ces deux points : | <b>85 M</b>   |

### Éléments de correction

Ex 2.2			
$\varphi_D =$	$46^\circ 46,0'$	$\varphi_A =$	$40^\circ 31,0'$
$G_D =$	$002^\circ 38,1'$	$G_A =$	$069^\circ 50,0'$
$g =$	$67,198^\circ$	$d^\circ =$	$47,535^\circ$
$l =$	$-6,250^\circ$	$m_o =$	<b>2852,1 M</b>
$\lambda_A =$	$44,389^\circ$	<b>Ad =</b>	$71,804^\circ$
$\lambda_D =$	$53,037^\circ$	<b>V =</b>	$288,2^\circ$
$\Delta\lambda =$	$-8,649^\circ$	$\varphi_V =$	$49^\circ 24,2'$
<b>R<sub>FQ</sub> =</b>	$82,666^\circ$	<b>G<sub>D</sub> =</b>	$002^\circ 38,1'$
<b>m<sub>L</sub> =</b>	<b>2937,7 M</b>	<b>g<sub>1</sub> =</b>	$024^\circ 17,0'$
<b>gain =</b>	<b>85,6 M</b>	<b>G<sub>V</sub> =</b>	$026^\circ 55,1'$
<b>V<sub>F</sub> =</b>	<b>15</b>	<b><math>\alpha =</math></b>	<b><math>-3,0^\circ</math></b>
<b>t =</b>	<b>24</b>	<b>R<sub>F</sub> =</b>	<b><math>285,2^\circ</math></b>
<b>m<sub>L</sub> =</b>	<b>360 M</b>		

### 3. Routes mixtes / composite sailing

#### Exo 3.1 – Composite sailing – route mixte

Vous souhaitez naviguez du point D ( $\varphi_D = 09^\circ 12' \text{ S} / G_D = 036^\circ 00' \text{ W}$ ) au point A ( $\varphi_A = 35^\circ 03' \text{ S} / G_A = 120^\circ 02' \text{ E}$ ).

1. Calculer la distance orthodromique : **5 689 M**
2. Calculer les coordonnées du vertex :  **$\Phi_V = 67^\circ 20,3' \text{ S} / G_V = 146^\circ 00,5' \text{ W}$**
3. Calculer la valeur de l'angle de route initial :  **$Ad = 147,9^\circ = 148^\circ$**
4. En déduire le cap au départ :  **$V = 148^\circ$**

$\varphi_D =$	<b><math>-09^\circ 12,0'</math></b>	$\varphi_A =$	<b><math>-35^\circ 03,0'</math></b>
$G_D =$	<b><math>036^\circ 00,0'</math></b>	$G_A =$	<b><math>-120^\circ 02,0'</math></b>

#### Orthodromie simple

##### Distance orthodromique

$d^\circ =$	<b>130,288°</b>
$m_o =$	<b>7817,3 M</b>

$$d = \arccos(\sin \varphi_A \cdot \sin \varphi_D + \cos \varphi_A \cdot \cos \varphi_D \cdot \cos g)$$

$$g = -156,033^\circ$$

$$g = G_A - G_D [360^\circ] \text{ avec } g \in [-180^\circ, 180^\circ]$$

##### Angle de route orthodromique initiale

$$Ad = 154,155^\circ$$

$$Ad = \arccos[(\sin \varphi_A - \sin \varphi_D \cdot \cos d) / (\sin d \cdot \cos \varphi_D)]$$

$$V = 154,2^\circ$$

$$\text{Si } g > 0 : V = 360 - Ad, \text{ sinon } V = Ad$$

##### Coordonnées du vertex

$\varphi_V =$	<b><math>-64^\circ 30,7'</math></b>
$G_V =$	<b><math>-49^\circ 34,3'</math></b>

$$|\varphi_V| = \arccos(\sin Ad \cdot \cos \varphi_D)$$

$\varphi_V$  sud si  $Ad > 90^\circ$

$$|\varphi_V| = 64,51$$

$$G_V = G_D + g_1$$

$$\varphi_V = -64,51 = -64^\circ 30,7'$$

$$|g_1| = \arccos(\tan(\varphi_D) / \tan(\varphi_V))$$

$$|g_1| = 85,572^\circ$$

$$g_1 \text{ négatif si } g < 0$$

$$g_1 = -85,572^\circ = 086^\circ 10294,3'$$

$$+ G_D = 36,000^\circ$$

$$G_V = -49,572^\circ = -049^\circ 34,3'$$

ENSM Le Havre	<b>CALCUL ORTHODROMIQUE</b>	V2.2- 10/18
A. Charbonnel	<b><i>CORRECTION - EXERCICES DE CALCUL ORTHODROMIQUE</i></b>	6/9

Pour des raisons météorologiques, vous décidez finalement d'effectuer une orthodromie mixte limitée au parallèle 46°S.

1. Calculer la distance totale en réalisant une route mixte :

$$\begin{aligned} M &= 8\,018\text{ M} \\ m_1 &= 4\,269\text{ M} \\ m_2 &= 1\,167\text{ M} \\ m_3 &= 2\,222\text{ M} \end{aligned}$$

2. Déterminer si le navire commence son voyage avec le même cap de départ que celui de l'orthodromie directe (justifier) :

**Non le chemin orthodromique est différent (faire schéma)**

$$\varphi_{\max} = -46^{\circ} 00,0'$$

### Orthodromie Mixte

	Signe				
$ g_{D \rightarrow V_1}  =$	81,002°	E	=>	$G_{V_1} =$	-44,668°    -44,668°
$ g_{V_2 \rightarrow A}  =$	47,356°	E	=>	$G_{V_2} =$	-72,677°    -72,677°

$$\begin{aligned} G_{V_1} &= -044^{\circ} 40,1' \\ G_{V_2} &= -072^{\circ} 40,6' \end{aligned}$$

$$G_{V_1} = G_D + g_{D \rightarrow V_1} \quad \text{avec} \quad |g_{D \rightarrow V_1}| = \cos^{-1} \left( \frac{\tan \varphi_D}{\tan \varphi_{V_1}} \right)$$

$$G_{V_2} = G_A - g_{V_2 \rightarrow A} \quad \text{avec} \quad |g_{V_2 \rightarrow A}| = \cos^{-1} \left( \frac{\tan \varphi_A}{\tan \varphi_{V_2}} \right)$$

### Distances parcourus mixte

$$\begin{aligned} m_1 &= 4629,5' \\ m_2 &= 1167,4 \\ m_3 &= 2221,6' \end{aligned}$$

$$m = 8018,5' \text{ M}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= |60 \cdot \operatorname{atan}(\cos \varphi_v \cdot \tan g_1)| \\ m_2 &= |60 \cdot (G_{V_2} - G_{V_1}) \cdot \cos \varphi_v| \\ m_3 &= |60 \cdot \operatorname{atan}(\cos \varphi_v \cdot \tan g_2)| \end{aligned}$$

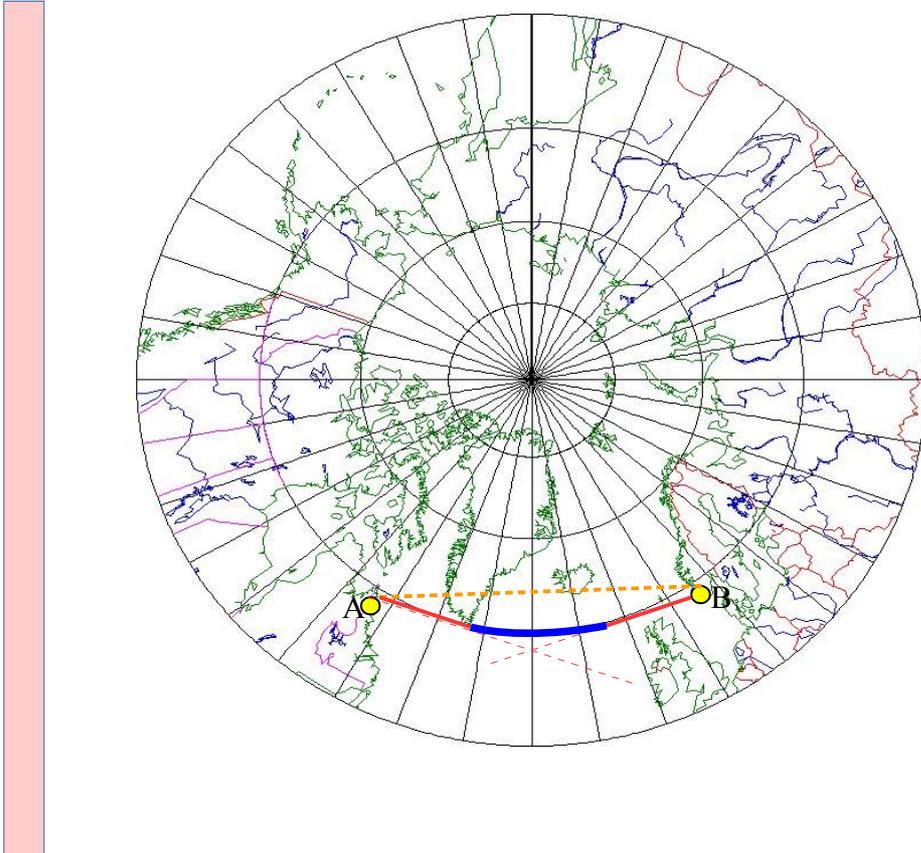
**Exercice 3.2 - Projection projection gnomonique polaire / Projection de Gernez**

Voici une projection gnomonique polaire ou projection polaire

La projection gnomoniques polaire est la projection utilisée pour les cartes orthodromiques polaire.



1. Tracer la route orthodromique entre A et B.
2. Vous voulez éviter les glaces qui dérivent au-dessus du  $60^\circ$ . Tracer une route mixte pour rester en dessous du  $60^\circ$ N (nota on souhaite bien sur suivre la route mixte la plus courte possible).



### Exercice 3.3 - Great Circle & Composite sailing – Orthodromie simple et mixte

Un navire souhaite faire une orthodromie à une  $V_f=20$  nd entre le point  $\varphi_D = 35^\circ 40' S$  et  $G_D = 019^\circ 00' E$  et le point  $\varphi_A = 44^\circ 23' S$  et  $G_A = 146^\circ 50' E$

1. Calculer la distance parcourue, ainsi que la durée approximative du voyage : **5 222M / 261h = 10j 21h**

2. Calculer la latitude du vertex :  **$\Phi_V = 62^\circ 39,9' S / G_V = 087^\circ 13,4' E$**

$\varphi_D =$	<b><math>-35^\circ 40,0'</math></b>	$\varphi_A =$	<b><math>-44^\circ 23,0'</math></b>
$G_D =$	<b><math>-019^\circ 00,0'</math></b>	$G_A =$	<b><math>-146^\circ 50,0'</math></b>

#### Orthodromie simple

##### Distance orthodromique

$d^\circ =$	87,037°
$m_o =$	5222,2 M

$$d = \text{acos}(\sin \varphi_A \cdot \sin \varphi_D + \cos \varphi_A \cdot \cos \varphi_D \cdot \cos g)$$

$$g = -127,833^\circ$$

$$g = G_A - G_D [360^\circ] \text{ avec } g \in [-180^\circ, 180^\circ]$$

##### Angle de route orthodromique initiale

$$Ad = 145,583^\circ$$

$$Ad = \text{acos}[(\sin \varphi_A - \sin \varphi_D \cdot \cos d) / (\sin d \cdot \cos \varphi_D)]$$

$$V = 145,6^\circ$$

$$\text{Si } g > 0 : V = 360 - Ad, \text{ sinon } V = Ad$$

##### Coordonnées du vertex

$\varphi_V =$	$-62^\circ 39,9'$
$G_V =$	$-87^\circ 13,4'$

$$|\varphi_V| = \text{acos}(\sin Ad \cdot \cos \varphi_D)$$

$\varphi_V$  sud si  $Ad > 90^\circ$

$$|\varphi_V| = 62,665396$$

$$\varphi_V = -62,6654 = -62^\circ 39,9'$$

$$G_V = G_D + g_1$$

$$|g_1| = \text{acos}(\tan(\varphi_D) / \tan(\varphi_V))$$

$$g_1 \text{ négatif si } g < 0$$

$$|g_1| = 68,224^\circ$$

$$g_1 = -68,224^\circ = 069^\circ 8233,4'$$

$$+ G_D = -19,000^\circ$$

$$G_V = -87,224^\circ = -087^\circ 13,4'$$

##### Route fond du 1er Tronçon

$$Rf = 143,6^\circ$$

Saisir la vitesse et le temps du tronçon

$$d_L = 576 \text{ M}$$

$$\alpha = -1,9^\circ$$

$$V_F = 16 \text{ nds}$$

$$t = 36 \text{ h}$$

Le navire décide de faire une orthodromie mixte en se limitant à une latitude de 53°S

- Déterminer les coordonnées du tronçon loxodromique :  $\Phi_{V1} = 53' S / G_{V1} = 076^{\circ} 15,6' E$   
 $\Phi_{V2} = 53' S / G_{V2} = 104^{\circ} 21,2' E$
- Déterminer la distance totale du voyage : **5 332 M**
- Déterminer le retard pris en suivant l'orthodromie mixte : **100 M - 5h**  
Conclure.

$\varphi_{\max} =$	<b>-53° 00,0'</b>
--------------------	-------------------

### Orthodromie Mixte

$ g_{D \rightarrow V1}  =$	57,261°	<b>E</b>	$\Rightarrow$	$G_{V1} =$	-76,261°	-76,261°
$ g_{V2 \rightarrow A}  =$	42,481°	<b>E</b>	$\Rightarrow$	$G_{V2} =$	-104,353°	-104,353°

$G_{V1} =$	-076° 15,6'
$G_{V2} =$	-104° 21,2'

$$G_{V1} = G_D + g_{D \rightarrow V1} \quad \text{avec} \quad |g_{D \rightarrow V1}| = \cos^{-1} \left( \frac{\tan \varphi_D}{\tan \varphi_{V1}} \right)$$

$$G_{V2} = G_A - g_{V2 \rightarrow A} \quad \text{avec} \quad |g_{V2 \rightarrow A}| = \cos^{-1} \left( \frac{\tan \varphi_A}{\tan \varphi_{V2}} \right)$$

### Distances parcourus mixte

m1=	2586,4'
m2=	1014,37
m3=	1731,5'
<b>m=</b>	<b>5332,3' M</b>

$$m_1 = |60 \cdot \text{atan}(\cos \varphi_v \cdot \tan g_{D \rightarrow V1})|$$

$$m_2 = |60 \cdot (G_{V2} - G_{V1}) \cdot \cos \varphi_v|$$

$$m_3 = |60 \cdot \text{atan}(\cos \varphi_v \cdot \tan g_{V2 \rightarrow A})|$$

## 4. Conclusion

### Recommandations :

- Penser à synthétiser vos erreurs et porter sur votre carnet du marin les points qui peuvent porter problèmes.
- Réaliser l'ensemble des exercices progressivement si vous n'avez eu le temps de terminer pour la séance suivante ; une deuxième séance d'orthodromie sera programmée plus tard dans l'année scolaire, plus orientée sur les cartes orthodromiques.
- Ne pas hésiter à poser des questions (en TD / sur le forum / par mail).
- Ne pas oublier de remplir le portefeuille de compétences périodiquement : vos compétences évoluent au fil du temps ; il est bon de vérifier ou vous vous situez en refaisant des exercices.
- Des ressources complémentaires sont éventuellement disponible sur la plateforme Vega.

### Rappels des compétences attendues :

- Calculate a difference of longitude.
- Calculate the great circle distance between two points.
- Calculate the vertex of a great circle.
- Calculate the gain between rhumb and great circle route.
- Plot the pace of a great circle track with the departure, arrival and vertex point on a mercator chart/graphic .and on the terrestrial globe
- Plot a series of rhumb lines on a Mercator chart/canvas to approximate a great circle route.
- Determine the great circle distance using great circle charts or specific abacus. (future assignment)
- Calculate the limits points of the great circle tracks on a composite sailing
- Calculate the distance on a composite sailing
- Plot a composite sailing on a graphic and mercator chart