

LE TRIANGLE DE POSITION

Rappels de trigonométrie sphérique

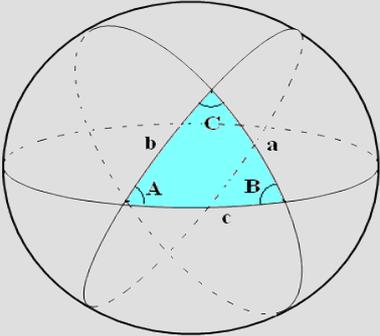


Illustration 1: Triangle sphérique

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (1)$$

$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a \quad (2)$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (3)$$

$$\sin(90 - x) = \cos x \quad (4)$$

$$\cos(90 - x) = \sin x \quad (5)$$

$$\cos b \cdot \cos C = \frac{\sin C}{\tan A} - \frac{\sin b}{\tan a} \quad (6)$$

AZIMUT PAR LA HAUTEUR

Principe de l'azimut par la hauteur

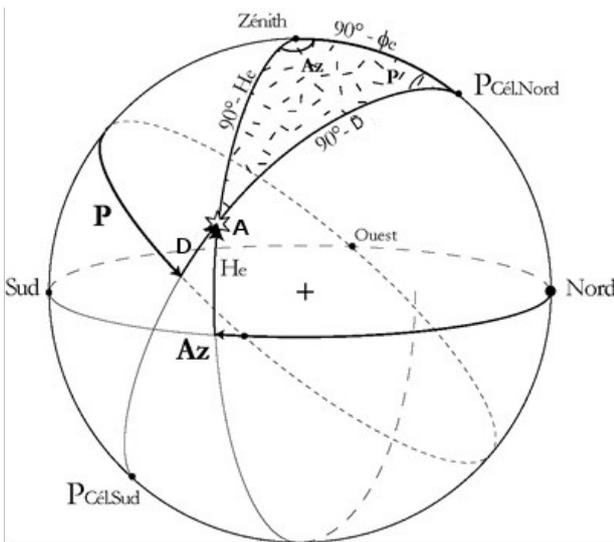


Illustration 2 : Triangle de position

Soit PZA, le triangle de position formé par

- P : Pôle céleste
- Z : Zénith du lieu
- A : Astre observé

Données : φ_e , D et H_o

$$\cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \varphi_e}{\cos H_o \cdot \cos \varphi_e}$$

- H_o = observed altitude
- D = déclinaison
- φ_e = latitude
- Aze = Azimut de l'astre

Attention :

D et φ_e sont :

- **positifs si Nord,**
- **négatifs si Sud**

Lien entre Z_e et Az_e

- $Z_e = Az_e$ si l'astre est l'Est



- $Z_e = 360 - Az_e$ si l'astre est W

DÉMONSTRATION

On applique la formule (1) au triangle PZA, puis les formules (4) et (5), on obtient

$$\cos(90 - D) = \cos(90 - H_o) \cdot \cos(90 - \varphi_e) + \sin(90 - H_o) \cdot \sin(90 - \varphi_e) \cdot \cos(Az_e)$$

$$\Leftrightarrow \sin D = \sin H_o \cdot \sin \varphi_e + \cos H_o \cdot \cos \varphi_e \cdot \cos Az_e$$

$$\Leftrightarrow \cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \varphi_e}{\cos H_o \cdot \cos \varphi_e}$$

Remarques :



- **Bien comprendre, c'est être capable de dessiner le triangle de position sur la sphère céleste et de retrouver la formule de l'azimut par la hauteur à partir des formules de trigonométrie sphérique.**
- La déclinaison est noté D chez les marins ou δ chez les astronomes

Variation au lever et au coucher du Soleil

On ne peut observer le coucher vrai du Soleil ; on observe uniquement **le coucher apparent** (problème de réfraction et d'horizon apparent différent de l'horizon vrai en fonction de la hauteur d'observation).

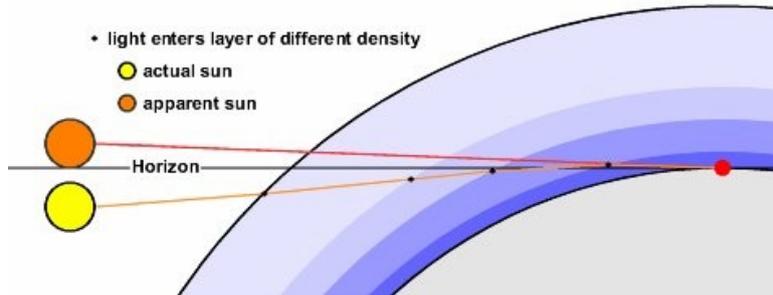


Illustration 3: Réfraction du soleil

Application pratique

Données : Z_c (mesuré au compas), H_o (cf. tableau ci après), ϕ_e

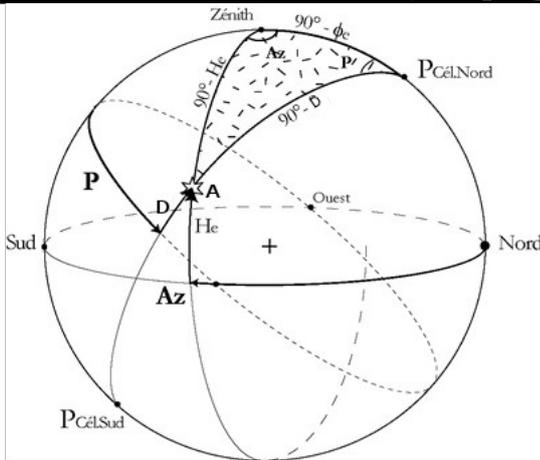
<p>Au lever /coucher vrai du Soleil <=> le bord inférieur du Soleil est au 2/3 de son diamètre au dessus de l'horizon. (on détermine le diamètre du jour dans le NA)</p>		$\cos Az_e = \frac{\sin D}{\cos \phi_e}$ Par simplification
<p>Au lever /coucher apparent du bord inférieur du Soleil</p>	$H_{o\theta} \# -0,5^\circ$	$\cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \phi_e}{\cos H_o \cdot \cos \phi_e}$
<p>Au lever /coucher apparent du bord supérieur du Soleil</p>		

On considère que $\phi_e \approx \phi_v$ donc $Az_e \approx Az_v$

$Z_v \approx Az_e$ (au lever / astre à l' Est) $Z_v \approx 360 - Az_e$ (au coucher / astre à l' ouest)
--

A. Charbonnel	VARIATION DU COMPAS	V1.5 – 02/24
NAV-ASTRO	VARIATION PAR LA HAUTEUR & PAR L'HEURE	3/3

AZIMUT PAR L'HEURE (hors programme)



Données :

- **Pe** : angle au pôle estimé à l'heure UT
- **φe** : latitude estimée
- **D** : déclinaison de l'astre à l'heure UT

$$\tan Az_e = \frac{\sin Pe}{\tan D \cdot \cos \phi_e - \cos P_e \cdot \sin \phi_e}$$



L'angle au pôle **Pe** :

- $Pe = LHA_a$ si $000^\circ < LHA_a < 180^\circ \Leftrightarrow$ astre à l'Ouest
- $Pe = 360^\circ - LHA_a$ si $180^\circ < LHA_a < 360^\circ \Leftrightarrow$ astre à l'Est

L'azimut calculé

- Aze est compris entre 0° et 180° ; donc si la valeur trouvée est négative, **faire modulo 180°** .

Le relèvement vrai :

- $Z_v \# Aze$ si astre à l'Est
- $Z_v \# 360^\circ - Aze$ si astre à l'Ouest



- **Bien comprendre, c'est être capable de dessiner le triangle de position sur la sphère céleste et de représenter Pe , LHA_a , Aze et Z**

