LE TRIANGLE DE POSITION

Rappels de trigonométrie sphérique

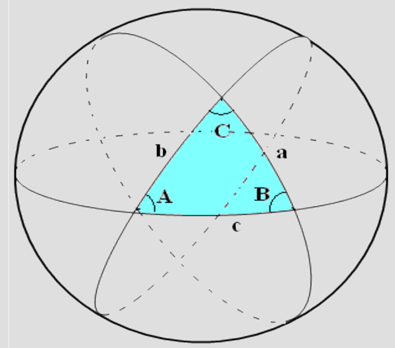


Illustration 1: Triangle sphérique

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos A \quad (1)$$

$$\cos A = -\cos B \cdot \cos C + \sin B \cdot \sin C \cdot \cos a \quad (2)$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (3)$$

$$\sin(90 - x) = \cos x \quad (4)$$

$$\cos(90 - x) = \sin x \quad (5)$$

$$\cos b \cdot \cos C = \frac{\sin C}{\tan A} - \frac{\sin b}{\tan a} \quad (6)$$

AZIMUT PAR LA HAUTEUR

Principe de l'azimut par la hauteur

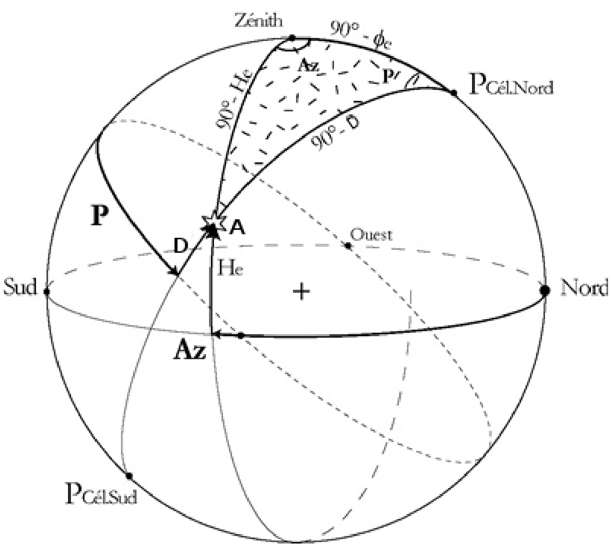


Illustration 2 : Triangle de position

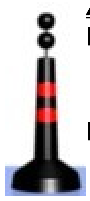
- Z_e= Az_e si l'astre est l'Est
- Z_e = 360 - Aze si l'astre est W

Soit PZA, le triangle de position formé par
- P : Pôle céleste
- Z : Zénith du lieu
- A : Astre observé

Données : φ_e, D et H_o

$$\cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \varphi_e}{\cos H_o \cdot \cos \varphi_e}$$

- Ho = observed altitude
- D = declinaison
- φe = latitude
- Aze=Azimuth de l'astre



Attention :
D et φ_e sont :
- **positifs si Nord,**
- **négatifs si Sud**

Lien entre Z_e et Az_e

DÉMONSTRATION

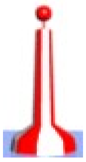
On applique la formule (1) au triangle PZA, puis les formules (4) et (5), on obtient

$$\cos(90 - D) = \cos(90 - H_o) \cdot \cos(90 - \varphi_e) + \sin(90 - H_o) \cdot \sin(90 - \varphi_e) \cdot \cos(Az_e)$$

$$<=> \sin D = \sin H_o \cdot \sin \varphi_e + \cos H_o \cdot \cos \varphi_e \cdot \cos AZ_e$$

$$<=> \cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \varphi_e}{\cos H_o \cdot \cos \varphi_e}$$

Remarques :



- ***Bien comprendre*, c'est être capable de dessiner le triangle de position sur la sphère céleste et de retrouver la formule de l'azimut par la hauteur à partir des formules de trigos sphérique**
- *La déclinaison est noté D chez les marins ou δ chez les astronomes*

Variation au lever et au coucher du Soleil

On ne peut observer le coucher vrai du Soleil ; on observe uniquement **le coucher apparent** (problème de réfraction et d'horizon apparent différent de l'horizon vrai en fonction de la hauteur d'observation).

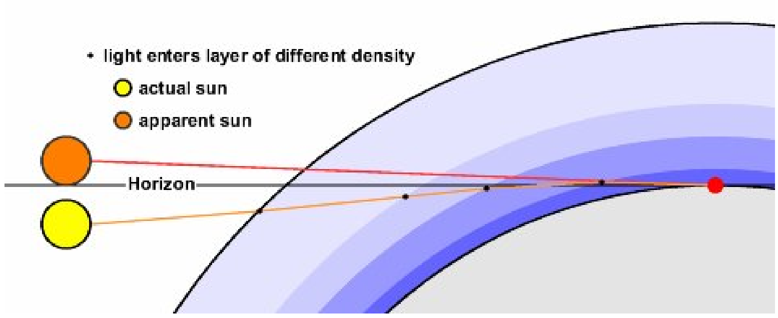
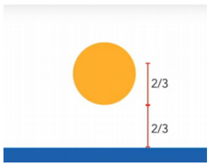
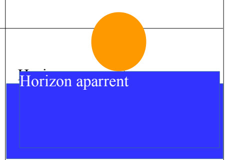


Illustration 3: Refraction du soleil

Application pratique

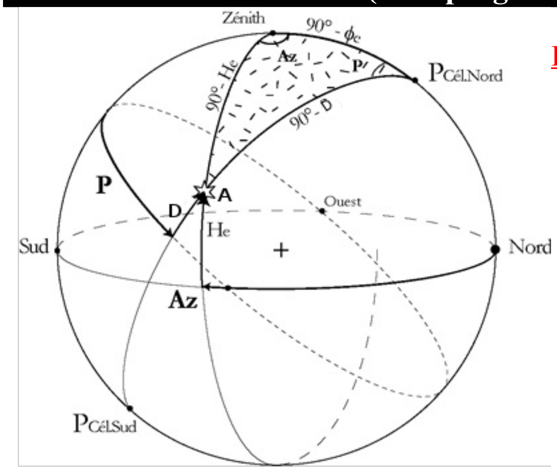
Données : Zc (mesuré au compas), Ho (cf. tableau ci après), φe

<table>
<tr><td>Au lever /coucher <u>vrai</u> du Soleil
<=>
le bord inférieur du Soleil est au 2/3 de son diametre au dessus de l'horizon.
(on détermine le diametre du jour dans le NA)</td><td>
$H_{o\ominus} = 0°$</td><td>$\cos Az_e = \frac{\sin D}{\cos \varphi_e}$ Par simplification</td></tr>
<tr><td>Au lever /coucher <u>apparent</u> du bord inférieur du Soleil</td><td>$H_{o\underline{\odot}}$ # - 0,5°</td><td rowspan="2">$\cos Az_e = \frac{\sin D - \sin H_o \cdot \sin \varphi_e}{\cos H_o \cdot \cos \varphi_e}$</td></tr>
<tr><td>Au lever /coucher <u>apparent</u>
du bord supérieur du Soleil</td><td>
$H_{o\overline{\odot}}$ # -1°</td></tr>
</table>

On considère que $\phi_e \approx \phi_v$ donc $Az_e \approx Az_v$

$$\boxed{\begin{array}{l} Z_v \approx Az_e (au\, lever / astre\, à\, l'\, Est) \\ Z_v \approx 360 - Az_e (au\, coucher / astre\, à\, l'\, ouest) \end{array}}$$

AZIMUT PAR L'HEURE (hors programme)



Données :

- **Pe : angle au pôle estimé à l'heure UT**
- **φe : latitude estimée**
- **D : déclinaison de l'astre à l'heure UT**

$$\tan Az_e = \frac{\sin Pe}{\tan D \cdot \cos \phi_e - cosP_e \cdot \sin \varphi_e}$$

L'angle au pôle Pe :

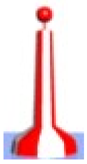
- $Pe = LHA_a$ si $000° < LHA_a < 180°$ <=> astre à l'Ouest
- $Pe = 360° - LHA_a$ si $180° < LHA_a < 360°$ <=> astre à l'Est

L'angle au zenith calculé

- Aze est compris entre 0° et 180° ; donc si la valeur trouvée est négative, **faire modulo 180°.**

Le relèvement vrai :

- Zv # Aze si astre à l'Est
- Zv # 360° - Aze si astre à l'Ouest



- ***Bien comprendre*, c'est être capable de dessiner le triangle de position sur la sphère céleste et de représenter Pe, LHA_a, Aze et Z**